

DOI : 10.16285/j.rsm.2017.S2.005

基于四叉树网格和多边形比例边界有限元方法的 岩土工程非线性静动力分析

邹德高^{1,2}, 刘 锁^{1,2}, 陈 楷^{1,2}, 孔宪京^{1,2}, 余 翔^{1,2}

(1. 大连理工大学 水利工程学院, 辽宁 大连 116024; 2. 大连理工大学 海岸和近海工程国家重点实验室, 辽宁 大连 116024)

摘 要: 有限单元法(FEM)作为强大的数值分析技术广泛应用于岩土工程结构数值模拟。由于传统有限元的单元形状局限性以及岩土工程模型的复杂性(分层施工模拟、复杂材料分区等), 较难编制通用的高质量网格剖分算法, 使得模型网格生成消耗整个分析过程的大部分时间, 阻碍快速自动化分析进程。采用四叉树网格剖分技术, 联合非线性多边形比例边界有限元(PSBFEM)方法, 发展了一种可用于岩土工程结构的快速建模和数值分析方法。对某心墙坝进行了静动力数值模拟, 并与传统有限元结果对比验证了其正确性。研究表明, 文中方法具有使用简便、网格灵活、生成速度快、质量高等特点, 可以大幅降低累赘繁琐的人工干涉, 为工程结构快速设计-优化提供有力的技术手段。该方法扩展至三维结构将具有更大的研究价值和工程意义。

关 键 词: 四叉树网格; 快速分析; 多边形比例边界有限元法(PSBFEM); 非线性; 心墙坝

中图分类号: TB115

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 7598 (2017) 增 2 - 0033 - 08

Nonlinear static and dynamic analysis for geotechnical engineering based on quadtree mesh and polygon scaled boundary finite element method

ZOU De-gao^{1,2}, LIU Suo^{1,2}, CHEN Kai^{1,2}, KONG Xian-jing^{1,2}, YU Xiang^{1,2}

(1. School of Hydraulic Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, China;

2. State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, China)

Abstract: The finite element method(FEM) is a powerful numerical analysis technique, which is applied widely in the simulation of geotechnical engineering structures. As the limitation of element shape in traditional FEM and the geometrical complexity of structures, such as layered construction and complicated material partition etc, a versatile and high-quality meshing discrete algorithm is comparatively difficult to implement, resulting in the majority time is consumed in element generation, which hinder the rapid process of automated analysis. In this paper, a swift analysis method combining the quadtree discretization and nonlinear polygon scaled boundary finite element method(PSBFEM) is developed to conduct the elastoplastic simulation of geotechnical structures. The static and seismic response of a typical core wall dam is modelled, and the validity of presented method is verified by comparing with the FEM. Simple operation, flexibility of the meshing, rapid generation and high-quality can be revealed in the proposed method, where the cumbersome human intervention can be decreased significantly, so as to provide a powerful technique for the rapid automatic analysis of complicated structures. There will be more meaningful research value and engineering significance to explore three-dimensional application of the method.

Keywords: quadtree mesh; rapid analysis; polygon scaled boundary finite element method(PSBFEM); nonlinearity; core wall rockfill dam

1 引 言

有限元方法(FEM)是岩土工程结构数值模拟中

强有力的技术工具, 自提出以来不断被不同研究人员改进和完善, 有限元法已成为各个领域数值模拟中最主要的分析方法^[1]。离散化是有限元分析的前

收稿日期: 2017-06-08

基金项目: 国家重点研发计划 (No. 2017YFC0404900); 国家自然科学基金 (No. 51379028, No. 51678113); 中央高校基本科研业务费资助 (No. DUT17ZD219)

This work was supported by the National Key Research and Development Program of China (2017YFC0404900), the National Natural Science Foundation of China (51379028, 51678113), and the Fundamental Research Funds for the Central Universities (DUT17ZD219).

第一作者简介: 邹德高, 男, 1973 年生, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事高土石坝和核电厂工程抗震等方面的研究。E-mail: zoudegao@dlut.edu.cn

提和基础,离散网格的质量和数量对计算结果有重要影响^[2],且生成网格的快慢将决定分析过程的进度。传统有限元方法中平面单元形状为三角形和四边形,前者生成算法成熟,适应能力强,但其计算精度低,四边形单元精度较高,但其网格适应性差。对复杂问题诸如土石坝结构需同时考虑材料分区边界和分层填筑等因素,采用传统剖分方法很难编制快速通用的高质量网格剖分算法。Lian 等^[3]研究表明,对弹性问题,网格生成/再生过程约占全部分析时间的 80%,且需大量人工干涉,减缓了快速自动化设计-分析进程。虽然当前的计算能力可满足大规模、复杂问题的求解,但现有单元形状和网格剖分技术仍需进一步完善和改进,以提高自动化程度,因此,探究快速生成高质量网格的方法具有较大的研究价值和工程意义。

本文借助非线性多边形比例边界有限单元,结合四叉树网格剖分技术,推广应用到岩土工程结构的快速分析。对一典型心墙坝进行静、动力数值模拟,通过与有限元对比分析,验证了本文方法的可靠性。本文方法可与计算机辅助工程(CAE)设计软件结合,为土石坝等岩土工程设计优化仿真一体化奠定基础。

2 四叉树网格

四叉树网格是二维非结构网格中具有代表性的一种剖分方法,适用于任意平面问题的网格划分,图 1 为简单四叉树网格示意图。

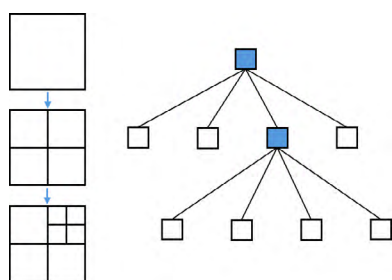


图 1 四叉树网格示意图

Fig.1 Sketch of quadtree mesh

网格剖分的基本思想是将二维结构域等分为 4 个正四边形,重复递归划分直至满足尺寸终止条件。网格离散算法构造简单,易于实现,在有限元计算中网格质量对提高计算的效率和精度起着关键性作用^[4]。Aziz 等^[5]认为,四边形单元计算精度高于三角形单元,且单元长宽比越接近 1(正四边形),单元质量越好^[6]。四叉树网格剖分质量优于传统网格剖分方法,除局部边界外其单元均是由正四边形组

成,规避了三角形单元低精度的不足,可以处理任意复杂几何形状,避开了四边形网格适应性差的缺陷^[7]。该离散算法速度快,从米量级到毫米量级仅需 10 层划分($2^{10} = 1024$)。利用四叉树离散技术可以实现快速、高质的自动单元离散,可以便捷、高效地建立有限元分析模型。值得注意的是,由于相邻单元间悬挂点存在,不可避免地出现了多边形单元(节点个数大于 4),如图 2 所示,超出了传统有限元方法的处理能力,需要采用多边形有限元方法计算,文献[8]对这些方法进行了对比分析。

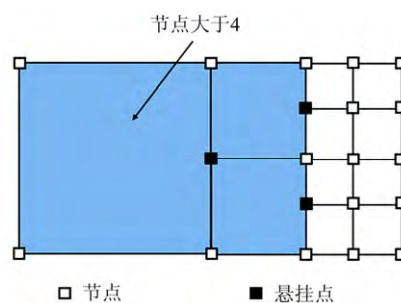


图 2 四叉树网格中悬挂节点

Fig.2 Hanging nodes of quadtree mesh

多边形比例边界有限元(PSBFE)优势较明显,融合了有限元、边界元和多边形单元的优点,具有很强的灵活性和网格适应能力,已被证明精度和收敛性都高于常规多边形有限元的数值分析方法^[8],且近年来得到推广应用,杨贞军等^[9-10]模拟了含裂缝的结构裂纹扩展问题,钟红等^[11]研究了重力坝地震断裂的问题,罗滔等^[12]结合离散元模拟了堆石料颗粒破碎问题。为突破非线性应用的限制,Ooi 等^[13]将该方法拓展到弹塑性分析,但其采用最小二乘法拟合弹塑性本构矩阵 D_{ep} ,计算分析相对耗时难以用于大型问题求解。Chen 等^[14]利用半解析的弹性解构造了用于非线性分析的单元形函数,借用有限元三角形单元积分法则,采用内部高斯积分代替原始的边界求积方案,实现了高效的非线性分析,并成功应用于考虑挤压边墙面板堆石坝的数值模拟。

3 多边形比例边界有限元原理

3.1 多边形比例边界有限元

比例边界有限元是一种半解析的数值分析方法,其环向离散、径向解析的特点使其可降低一个计算维度,一定程度上减少了计算量,且便于单元形函数的构造和修改。对任意问题域,可用任意 n 多边形对求解域离散($n > 2$ 的整数),只需满足比例中心要求,即边界上任意点均可直接地看见比例中心(本文取为几何中心),就可将其作为 SBFEM 的子

域,图3为 SBFEM 计算的多边形单元。图中, O 为比例中心; ξ, s 为引入的局部坐标,径向坐标 ξ 在比例中心 O 处取 0,在边界处取 1;环形坐标取值为 $-1 \leq s \leq 1$ 。与传统有限元方法类似,通过对每个子域进行求解就可以获得整个求解域的数值结果,已有较多文献对该方法进行了详细介绍,具体理论推导见文献[15-17]。本文着重介绍通过半解析的弹性解构造非线性分析所需的单元形函数及单元内部积分方案。

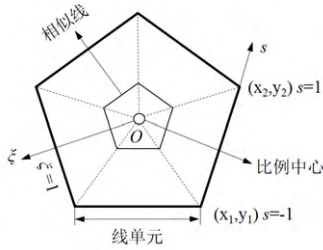


图3 比例边界有限元多边形

Fig.3 Polygon for scaled boundary finite element method

3.2 非线性多边形比例边界有限元

Wolf^[17]已给出了单元应变场的表达式:

$$\varepsilon(\xi, s) = B_1(s)u(\xi)_{,\xi} + \xi^{-1}B_2(s)u(\xi) \quad (1)$$

式中:

$$u(\xi) = \psi_u \xi^{-S_n} c_n \quad (2)$$

将径向位移插值函数 $u(\xi)$ 的式(2)代入可得单元应变场表达式:

$$\varepsilon(\xi, s) = [B_1(s)\psi_u[-S_n] + B_2(s)\psi_u]\xi^{-S_n-1}\psi_u^{-1}u_b \quad (3)$$

由此可得应变位移转换矩阵 $B(\xi, s)$:

$$B(\xi, s) = [B_1(s)\psi_u[-S_n] + B_2(s)\psi_u]\xi^{-S_n-1}\psi_u^{-1} \quad (4)$$

式中: $B_1(s)$ 、 $B_2(s)$ 为应变位移转换矩阵; ψ_u 为位移模态对应的转换矩阵; S_n 为由 Z 矩阵负特征值组成的对角矩阵; c_n 为积分常数具体表达式见文献[17]。

节点位移求出后单元内部的位移场可通过形函数插值得。与有限元类似,通过虚功原理,进一步推导可得

$$\begin{aligned} & \left(\int_{\Omega} B^T(\xi, s) D_{ep} B(\xi, s) d\Omega \right) \Delta u_b = \\ & \left(\int_{\Gamma} \Phi^T(\xi, s) f_t d\Gamma + \int_{\Gamma} \Phi^T(\xi, s) f_b d\Omega \right) - \\ & \left(\int_{\Omega} B^T(\xi, s) \sigma(\xi, s) d\Omega \right) \end{aligned} \quad (5)$$

式中: $\Phi^T(\xi, s)$ 为有限元等价的形函数的转置; D_{ep} 为弹塑性本构矩阵,具体推导见文献[14]。

式(5)左边第一个括号为弹塑性刚度矩阵 K_{ep} ,

方程右边第一个括号为外力向量 R_{ext} ,第二个为内力向量 R_{int} ,可简写为

$$K_{ep} \Delta u_b = R_{ext} - R_{int} \quad (6)$$

由此可求出单元刚度矩阵,通过自由度组装,可得计算域的刚度矩阵。不难看出,求解刚度矩阵核心即是求弹塑性本构矩阵 D_{ep} 和应变位移转换矩阵 B 。

如图4所示,在求解非线性问题时,本文在每一线单元覆盖的扇形域内引入3个面内高斯点,对于任意三角形单元,写成三角形坐标积分的表达式为(7),对于本文高斯点积分位置及具体积分表达式如(8),通过引入的面上高斯点按式(9)积分求解单元刚度矩阵,得到非线性分析所需的弹塑性刚度矩阵。

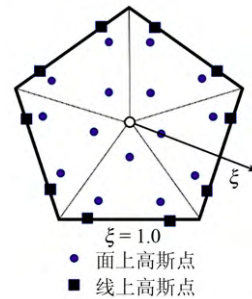


图4 非线性多边形比例边界有限元法分析内部高斯点

Fig.4 Internal Gauss points by nonlinear polygon scaled boundary finite element method

本文非线性 PSBFE 实现思想:(1)首先通过线上高斯积分点求解 SBFEM 的系数矩阵 $E_i(i=0,1,2)$,形成 Z 矩阵。(2)通过特征值分解技术,求得特征值和特征向量,进一步可解出应变位移转换矩阵,见式(4)。(3)调用单元本构模块,获得弹塑性本构矩阵 D_{ep} ,然后按式(9)通过每个单元内部的面高斯点积分求解单元刚度矩阵,按自由度组装获得计算域的总刚度矩阵。(4)解平衡方程,求得边界节点位移向量 U_b 。(5)通过应变位移转换矩阵 $B(\xi, s)$ 求出应变场 $\varepsilon_i(\xi, s)$,代入本构矩阵 D_{ep} 进一步求得应力场 $\sigma_i(\xi, s)$,见式(10)。(6)在引入的面高斯点上积分,最终可求出单元内力向量,见式(11);判断内外力是否平衡,进行非线性迭代。

主要的公式如下,具体公式推导可参文献[14]。

$$\iint_{\Omega} (x, y) dx dy = A_e \sum_{i=1}^m W_i f(L_1^i, L_2^i, L_3^i) + E \quad (7)$$

$$\iint_{\Omega} f(\xi, \eta) d\xi d\eta =$$

$$\frac{1}{6} \left[f\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}\right) + f\left(\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{2}{3}\right) + f\left(\frac{1}{6}, \frac{2}{3}, \frac{1}{6}\right) \right] + E \quad (8)$$

$$K_{ep} = \sum_{i=1}^{3n} B_i(\xi, s) D_{ep}^i B_i(\xi, s) A_i \quad (9)$$

$$\sigma_i(\xi, s) = \sum_{i=1}^{3n} D_{ep}^i \varepsilon_i(\xi, s) \quad (10)$$

$$R_{int} = \sum_{i=1}^{3n} B_i^T(\xi, s) \sigma_i(\xi, s) A_i \quad (11)$$

式中: (L_1^i, L_2^i, L_3^i) 为第 i 个积分点的三角形坐标; A_e 为三角形 e 的面积; m 为每个三角形内的积分点个数; W_i 、 E 分别为权重和积分残差, 其他符号意义同前。

4 PSBFEM 结合四叉树剖分技术

传统四叉树网格采用对正方形单元的递归四分获得, 不对边界及交界面进行处理; 离散后边界处均是正方形, 如图 5(a)所示。为了减小模型离散误差, 保证几何原型, 本文通过对边界修正, 生成四叉树正四边形和边界多边形混合单元, 在保证模型离散精度的同时极大地减少了单元数量。对带有悬挂点的四叉树单元模拟, 无需对其进行特殊处理, 如图 6 所示, 可直接作为多边形单元进行计算, 解决了单元之间位移不协调的问题^[18]。

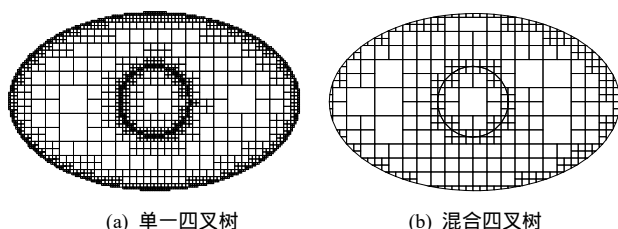


图 5 两种四叉树网格

Fig.5 Two generic quadtree meshes

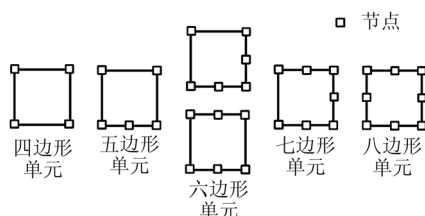


图 6 四叉树网格多边形形式

Fig.6 Polygon form of quadtree meshes

单元离散完成后, 对图 5 模型进行了常规的静力计算, 简单对比两种网格剖分技术的计算效率。表 1 为两种四叉树离散对比, 给出了相应的计算时间。从表中可以看出, 在保证模型原型的基础上采用混合四叉树网格, 可以使单元减少 87.4%, 节省计算时间 85.3%, 计算效率大幅提升。

表 1 两种四叉树离散对比

Table 1 Discrete comparison of two quadtree meshes

对比	单元数/个	计算时间/s
混合四叉树	427	0.91
单一四叉树	3 388	6.18
减少百分数%	87.4	85.3

混合四叉树离散算法不仅保证了模型边界的精度, 而且可减少大量不必要网格, 尤其对于带有复杂边界和材料分区的岩土结构, 大幅度提升了单元离散速度和计算效率。自动满足土石坝模拟中水平分层填筑问题, 加速了复杂工程模型的前处理进程, 降低了大量的人工的干涉, 可为工程结构快速设计建模-数值分析提供有力支撑。

5 计算模型

本节以典型的黏土心墙坝为例, 通过四叉树网格剖分程序对黏土心墙坝进行单元离散。假设该堆石坝坐落于基岩上, 典型坝高为 150 m, 坝顶宽度为 12 m, 上下游坡比均假定为 1:2, 心墙坡比为 1:0.2, 过渡料区坡比为 1:0.4, 心墙顶部宽度为 4 m, 几何尺寸如图 7 所示, 主体结构材料分区包括反滤层、黏土心墙、过渡料区以及堆石料区。

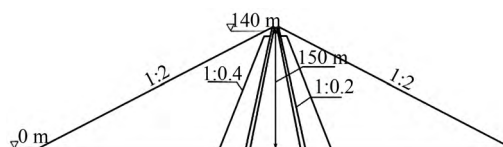


图 7 黏土心墙坝模型

Fig.7 Clay core wall rockfill dam model

5.1 心墙坝网格模型

本文分别采用传统有限元网格以及混合四叉树离散算法对心墙坝进行剖分。传统有限元网格剖分, 首先借助辅助软件(CAD)对土石坝模型进行设计网格划分, 然后自编程序将其转换为计算所需的单元节点信息。该方法实质是人工剖分, 需大量人机交互, 自动化程度低。而采用混合四叉树离散时, 只需通过 CAD 软件绘制模型主要边界线(见图 7), 然后通过自编程序识别模型的边界轮廓, 通过给定的最大、最小网格尺寸, 自动完成土石坝网格剖分, 人工干涉少, 自动化程度高。图 8 为两者剖分流程图。如图 9、10 所示, 采取两种不同的剖分方式离散模型, 其中四叉树网格模型自动离散仅耗时 0.192s, 其边界和坝体分区处局部网格如图 11 所示。

5.2 静力计算

静力分析采用邓肯-张 E-B 模型^[19]模拟大坝填

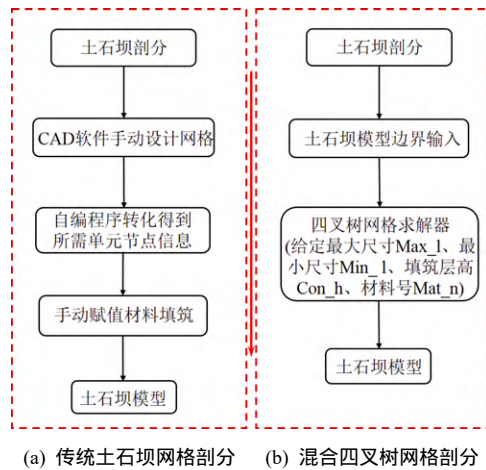


图 8 两种土石坝网格剖分流程图
Fig.8 Flow chart of mesh generation for two kinds of earth-rock dams

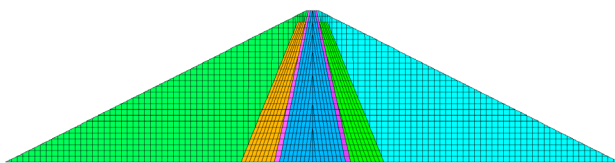


图 9 黏土心墙坝有限元计算网格
Fig.9 Finite element computing mesh of clay core wall rockfill dam

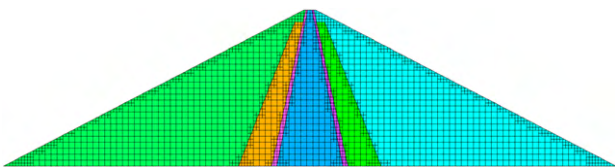


图 10 黏土心墙四叉树计算网格
Fig.10 Quadtree computing mesh of clay core wall rockfill dam

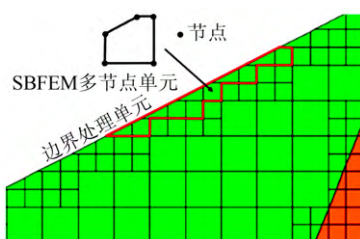


图 11 多边形比例边界有限元法四叉树网格局部
Fig.11 Quadtree mesh local of PSBFEM

筑和蓄水过程，大坝填筑分 26 层，蓄水共分 14 步蓄至 140 m 坝高。E-B 模型参数取自两河口的试验成果^[20]，模型参数见表 2。表中，模型参数由常规三轴试验确定； c 、 φ^0 、 $\Delta\varphi$ 为强度指标； K 、 n 分别为弹性模量系数和指数； K_b 、 m 分别为体积模量系数和指数； R_f 为破坏比； K_{ur} 为卸荷切线模量系数。

5.3 动力计算

动力模拟采用等效线性模型^[21]，最大动剪切模

表 2 静力分析参数

参数	材料			
	堆石料	过渡料	反滤料	黏土心墙
R_f	0.80	0.80	0.80	0.87
K	1 100	1 100	1 100	349
n	0.25	0.25	0.22	0.39
K_{ur}	2 200	2 200	2 600	698
c/kPa	0.0	0.0	0.0	127
$\varphi^0/(\text{°})$	49	49	50.7	22.3
$\Delta\varphi/(\text{°})$	7.8	7.8	10.8	0.0
K_b	350	350	500	407
m	0.20	0.20	0.22	0.15

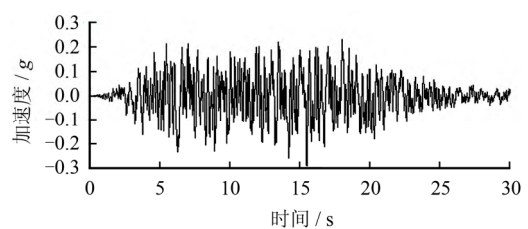
量为

$$G_{\max} = K P_a \left(\frac{p}{p_a} \right)^n \quad (12)$$

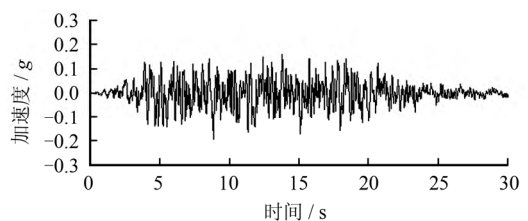
式中： K 、 n 由试验参数确定； $p = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) / 3$ ， σ_1 、 σ_2 、 σ_3 为试验时试样所受有效主应力； P_a 为工程大气压，动力参数见表 3，取自两河口试验参数^[20]。地震动输入采用两河口坝址场地谱地震波，顺河向峰值加速度为 0.288g，竖向 0.192g。地震波加速度时程如图 12 所示。地震波时长为 30.00 s，时间步长 $t = 0.02$ s。

表 3 动力分析模型参数

材料	K_2	n	K_2	K_1	K_1	λ_{\max}
过渡料	5 312.0	0.328	1 997	20.8	15.7	0.22
堆石 I	6 213.0	0.268	2 336	25.0	18.8	0.19
反滤 I	3 234.3	0.321	1 216	15.4	11.6	0.23
黏土墙料	2 941.0	0.556	1 106	28.4	21.35	0.25



(a) 顺河向



(b) 竖向

图 12 地震波加速度时程曲线

Fig.12 Seismic wave acceleration time history curves

6 计算结果及分析

6.1 静力分析结果

图 13 为黏土心墙坝满蓄期的坝体应力变形对比。从图中可以看出, PSBFEM 和 FEM 计算结果基本一致, 仅在局部位置有较小的差别。

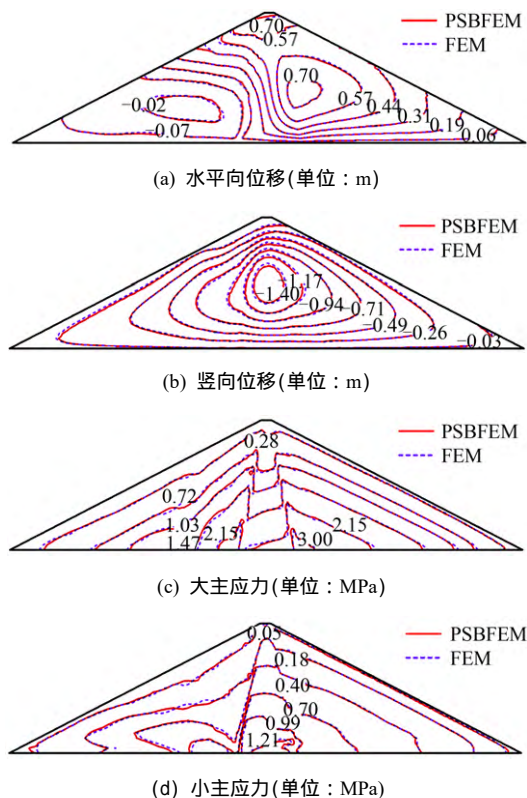


图 13 满蓄期坝体位移和应力

Fig.13 Displacement and stress of dam after impoundment

PSBFEM 四叉树计算结果符合有限元计算规律, 两种数值算法结果较为吻合, 可以证明该方法模拟坝体的施工过程具有可靠性。

6.2 动力分析结果

6.2.1 坝体动位移和加速度

图 14、15 为地震动作用下坝体动位移和加速度结果。从图中可以看出, PSBFEM 与 FEM 模拟结果基本一致, 最大动位移和加速度发生在坝顶, 坝顶加速度最大值见表 4。

6.2.2 心墙动位移

图 16 为地震过程中心墙中心应力变形随高程分布。从图中可以看出, PSBFEM 与 FEM 计算的心墙中心的位移随着坝高在数值上基本保持一致。表 5、6 分别为两种数值计算方法在动力计算中坝体的应力变形和加速度极值。从表中可得知, 坝体最大主应力相差 0.68%, 最小主应力应力相差 3.60%, 坝体顶部加速度极值顺河向和竖向分别相

差 1.19%、1.35%。PSBFEM 与 FEM 结果对比相差不多, 可满足实际工程精度需求, 可以证明 PSBFEM 在动力计算中仍可以保证满意的精度。

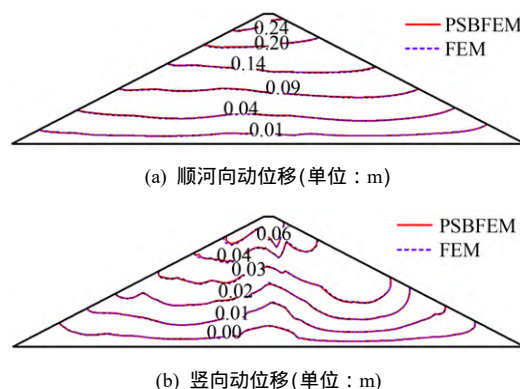


图 14 地震动作用下坝体动位移

Fig.14 Dynamic displacement of dam during earthquake

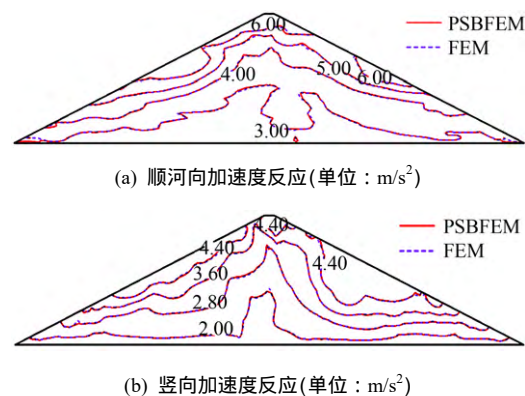


图 15 地震动作用下坝体加速度反应

Fig.15 Acceleration response of lower dam body for earthquake action

表 4 满蓄期坝体位移静力计算结果对比
Table 4 Static calculation results comparison of displacement of dam after impoundment

方法	坝体位移/m			心墙应力 /MPa
	向上游	向下游	竖向	
FEM	0.231	0.745	1.633	2.316
PSBFEM	0.231	0.728	1.633	2.372
相差%	0.00	2.282	0.00	2.418

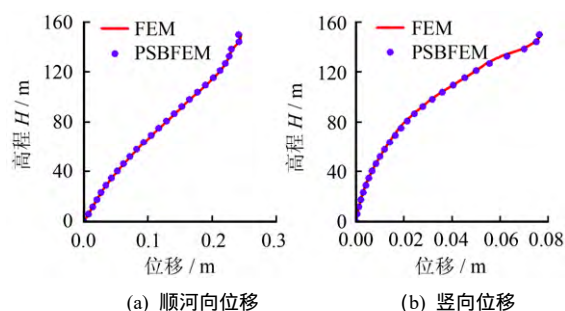


图 16 地震动作用下心墙动位移

Fig.16 Distribution of displacement of core wall along dam height during earthquake

表 5 地震动作用下坝体应力变形极值的对比

Table 5 Comparison of stress and deformation extremum of dam body during earthquake

方法	坝体应力变形			
	顺河向/m	竖向/m	大主应力/MPa	小主应力/MPa
FEM	0.248	0.078	4.150	0.779
PSBFEM	0.250	0.079	4.122	0.751
相差%	0.806	1.282	0.675	3.594

表 6 地震动作用下坝体加速度极值的对比

Table 6 Comparison of acceleration extremum of dam body under seismic action

方法	坝体加速度反应/(m/s^2)	
	顺河向	竖向
FEM	8.198	6.463
PSBFEM	8.295	6.376
相差%	1.183	1.346

上述黏土心墙坝静、动力数值分析计算结果表明, PSBFE 四叉树网格计算的坝体应力变形以及加速度峰值与有限元四边形网格计算结果基本一致, 吻合度较好, 可以满足实际工程的精度要求, 表明多边形比例边界有限元联合四叉树离散方法工程应用的可行性。

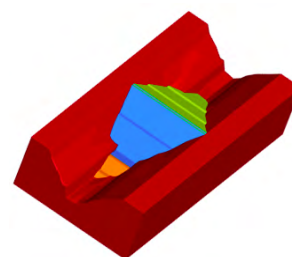
本文思想可扩展到三维应用, 结合三维多面体非线性 PSBFE3D 和八叉树网格剖分技术, 对三维复杂问题进行快速建模和数值分析。本课题组已开展了相关的研究工作。图 17 为采用八叉树网格剖分方法, 对坝高为 212 m 某心墙堆石坝进行三维网格自动剖分, 通过图中模型体信息可自动实现网格剖分, 该模型离散仅耗时 70.38 s, 其中单元总个数为 358 500, 节点总个数为 430 127。相对于传统的有限元三维网格剖分, 八叉树快速、灵活、自适应性强的离散特点, 可为三维土石坝等复杂岩土结构工程快速精细化模拟分析提供新思路。

7 结 论

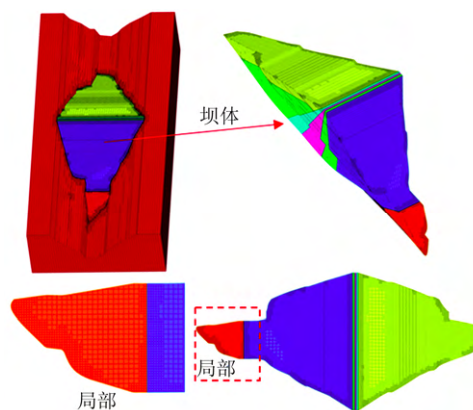
(1) 使用简便、可快速解决任意复杂几何形状的前处理建模问题, 且自动满足岩土结构模拟中复杂边界、材料分区线及分层填筑等限制条件。

(2) 能完整地刻画边界及交界面形态, 最大程度反映几何原型, 降低模型离散误差; 对复杂工程结构的形状优化、方案比选等提供了高效的方法。

(3) 本文方法可无缝地与传统有限元耦合使用, 常规单元采用 FEM, 少量多边形单元则借助 PSBFE 计算, 可充分发挥两种方法的优势, 提高分析效率。



(a) 体模型



(b) 土石坝网格

图 17 土石坝八叉树网格剖分示意图

Fig.17 Sketches of octree mesh of earth-rockfill dam

基于八叉树离散技术, 将本文的思想拓展用于耦合的 FE-PSBFE3D, 可为解决三维复杂岩土问题提供新的手段。

参 考 文 献

- [1] 邢宝革, 陈名媛. 有限元法在水利工程中的应用与发展[J]. 智能城市, 2016, 2(6): 298 - 298.
XING Bao-ge, CHEN Ming-yuan. The application and development of finite element method in water conservancy projects[J]. *Intelligent City*, 2016, 2(6): 298 - 298.
- [2] 杨名生, 王冬. 有限元网格全自动生成的四分法[J]. 计算结构力学及其应用, 1989, 6(4): 61 - 68.
YANG Ming-sheng, WANG Dong. Quadripartition method to automatically generate finite element mesh[J]. *Computational Structural Mechanics and Applications*, 1989, 6(4): 61 - 68.
- [3] LIAN H, KERFRIDEN P, BORDAS S P A. Shape optimization directly from CAD: An isogeometric boundary element approach using T-splines[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2017, 317: 1 - 41.
- [4] 王兆清, 李淑萍. 多边形单元网格自动生成技术[J]. 中

- 国图象图形学报, 2007, 12(7): 1307 - 1311.
- WANG Zhao-qing, LI Shi-ping. Automatic generation technique for polygonal element meshes[J]. **Journal of Image and Graphics**, 2007, 12(7): 1307 - 1311.
- [5] AZIZ K. Reservoir simulation grids: opportunities and problems[J]. **Journal of Petroleum Technology**, 1993, 45(7): 658 - 663.
- [6] 冯卫星. 单元形状对有限元法计算精度的影响[J]. 石家庄铁道学院学报, 1987, 1(3): 58 - 62.
- FENG Wei-xing. The influence of element shape on the accuracy of finite element method[J]. **Journal of Shijiazhuang Tiedao University(Natural Science Edition)**. 1987, 1(3): 58 - 62
- [7] WU D K Y, SZE S H L. Two- and three-dimensional transition element families for adaptive refinement analysis of elasticity problems[J]. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 2009. 78(5): 587 - 630.
- [8] NATARAJAN S, OOI E T, CHIONG I, et al. Convergence and accuracy of displacement based finite element formulations over arbitrary polygons: Laplace interpolants, strain smoothing and scaled boundary polygon formulation[J]. **Finite Elements in Analysis and Design**, 2014. 85: 101 - 122.
- [9] YANG Z J, WANG X F, YIN D S, et al. A non-matching finite element-scaled boundary finite element coupled method for linear elastic crack propagation modelling[J]. **Computers & Structures**, 2015, 153: 126 - 136.
- [10] HUANG Y J, YANG Z J, LIU G H, et al. An efficient FE-SBFEM coupled method for mesoscale cohesive fracture modelling of concrete[J]. **Computational Mechanics**, 2016, 58(4): 635 - 655.
- [11] 钟红, 暴艳利, 林皋. 基于多边形比例边界有限元的重力坝裂缝扩展过程模拟[J]. 水利学报, 2014, 45(增刊1): 30 - 37.
- ZHONG Hong, BAO Yan-li, LIN Gao. Modelling of crack propagation of gravity dams based on scaled boundary polygons[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2014, 45(Supp.1): 30 - 37.
- [12] 罗滔, OOI E T, CHAN A H C, 等. 一种模拟堆石料颗粒破碎的离散元-比例边界有限元结合法[J]. 岩土力学, 2017, 38(5): 1 - 10.
- LUO Tao, OOI E T, CHAN A H C, et al. A combined DEM-SBFEM for particle breakage modelling of rock-fill materials[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2017, 38(5): 1 - 10.
- [13] OOI E T, SONG C, Tin-Loi FRANCLS. A scaled boundary polygon formulation for elasto-plastic analyses[J]. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, 2014. 268: 905 - 937.
- [14] CHEN K, ZOU D, KONG X, et al. A novel nonlinear solution for the polygon scaled boundary finite element method and its application to geotechnical structures[J]. **Computers and Geotechnics**, 2017. 82: 201 - 210.
- [15] SONG C, WOLF J P. The scaled boundary finite-element method - a primer: solution procedures[J]. **Computers & Structures**, 2000, 78(1): 211 - 225.
- [16] WOLF J P, SONG C. The scaled boundary finite-element method-a primer: Derivations[J]. **Computers & Structures**, 2000, 78(1): 191 - 210.
- [17] WOLF J. P. The scaled boundary finite element method[M]. West Sussex: John Wiley & Sons Ltd., 2003.
- [18] OOI E T, MAN H, NATARAJAN S, et al. Adaptation of quadtree meshes in the scaled boundary finite element method for crack propagation modelling[J]. **Engineering Fracture Mechanics**, 2015. 144: 101 - 117.
- [19] DUNCAN J M, CHANG C Y. Nonlinear analysis of stress and strain in soils[J]. **Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE**, 1970. 96(5): 1629 - 1653.
- [20] 大连理工大学. 两河口水电站科研报告[R]. 大连: 大连理工大学, 2014.
- Dalian University of Technology. The research report of the Lianghekou Hydropower Station[R]. Dalian: Dalian University of Technology, 2014.
- [21] 孔宪京, 娄树莲, 邹德高, 等. 筑坝堆石料的等效动剪切模量与等效阻尼比[J]. 水利学报, 2001, 32(8): 20 - 25.
- KONG Xian-jing, LOU Shu-lian, ZOU De-gao. The equivalent dynamic shear modulus and equivalent damping ratio of rockfill material for dam[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2001, 32(8): 20 - 25.